

IAG376-01-2013
ESTUDIO DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS COHESIÓN Y
FRICCIÓN INTERNA EN MEZCLAS ASFÁLTICAS EMPLEANDO
PRUEBAS SIMPLES
ESTUDO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS E MISTURAS
ASFÁLTICAS COESÃO ATRITO INTERNO POR MEIO DE TESTES
SIMPLES

Ing. Rolando Vila Romaní, PhD
Universidad Católica de Santiago de Guayaquil
Guayaquil, Ecuador
vilarolando@hotmail.com

Ing. Gustavo Patricio García Caputi
Universidad Católica de Santiago de Guayaquil
Guayaquil, Ecuador
gustavo.garcia@cu.ucsg.ec

Resumen

En este trabajo se analizan diferentes alternativas para tratar de determinar la cohesión “ c ” y el ángulo de fricción interna “ \emptyset ” en las mezclas a través de pruebas simples: estabilidad Marshall, tracción indirecta, corte directo y compresión sin confinamiento. Se utilizó una mezcla asfáltica densa representativa, con un nivel de compactación similar a los mínimos exigidos en obra. Los resultados de estos análisis fueron contrastados con pruebas triaxiales para su validación. Las pruebas se realizaron a diferentes temperaturas: 25, 40 y 60°C, y velocidades de recorrido en la prensa: 0.5 y 0.05 mm/min.mm. Los resultados obtenidos luego de relacionar la resistencia a compresión simple con la tracción indirecta, así como la resistencia a compresión simple con el corte directo para calcular c y \emptyset , no son satisfactorios. Sin embargo, se desarrolló un procedimiento para la determinación de c y \emptyset en mezclas asfálticas conociendo la resistencia a la tracción indirecta a 40°C y 0.05 mm/min.mm, las estabilidades Marshall tanto a 60°C y 0.5 mm/min.mm como a 40°C y 0.05 mm/min.mm, además del área de la briqueta ensayada en la prueba Marshall.

Resumo

Neste artigo analisamos diferentes alternativas para tentar determinar a coesão “ c ” eo ângulo de atrito interno “ \emptyset ” nas misturas através de testes simples: estabilidade Marshall, resistência à tração, cisalhamento direto e compressão simples. Nós usamos uma mistura representativa de asfalto denso, com um grau de compactação semelhante ao mínimo exigido no local. Os resultados destas análises foram comparados com o teste triaxial para validação. Os testes foram realizados em diferentes temperaturas: 25, 40 y 60°C, e as velocidades de viagens na imprensa: 0.5 y 0.05 mm/min.mm. Os resultados obtidos após a relativa resistência à compressão com a tração indirecta e a resistência à compressão com redução directa para calcular c e \emptyset não são satisfatórios. No entanto, foi desenvolvido um método para a determinação de c e \emptyset em misturas

de asfalto conhecendo a resistência à tracção indirecta 40°C e 0,05 mm / min.mm, Marshall estabilidades 60°C e 0,5 mm / min.mm e 40 ° C e 0,05 mm / min.mm mais a área do briquete ao testado no ensaio de Marshall.

INTRODUCCIÓN

En los extensos estudios desarrollados a mediados del pasado siglo para caracterizar a las mezclas asfálticas y poner a punto métodos para su diseño, la resistencia al corte con equipo triaxial, asociada a la teoría de falla de Mohr-Coulomb, también fue utilizada. Si bien el método Marshall para el diseño y control de calidad rutinario de las mezclas es el más común en todo el mundo, con frecuencia se han realizado estudios considerando la resistencia al corte (Huang, 1970; Huschek, 1985; Pellinen et al, 2004).

En la teoría de falla de Mohr-Coulomb, la Ecuación 1 describe la relación entre la resistencia al corte (τ) y el esfuerzo normal actuante en el plano de falla (σ) utilizando dos parámetros de interés en los materiales: la cohesión (c) y el ángulo de fricción (\emptyset).

$$\tau = c + \sigma \operatorname{tg} \emptyset \quad (1)$$

La fricción interna es un importante parámetro para los materiales granulares, que indica el grado de interacción entre sus partículas. La cohesión es el efecto de la atracción entre partículas, dependiendo, en el caso particular de las mezclas asfálticas, del tipo y cantidad del cemento asfáltico empleado. Pese a la importancia de los resultados obtenidos con ensayos triaxiales, en general ha existido renuencia en adoptar esta prueba como un procedimiento de rutina, debido al grado de dificultad en el desarrollo de la misma y al equipamiento necesario.

El objetivo de este trabajo es analizar diferentes alternativas para determinar la cohesión “ c ” y el ángulo de fricción interna “ \emptyset ” en una mezcla asfáltica representativa a través de pruebas simples: estabilidad Marshall, tracción indirecta, corte directo y compresión sin confinamiento. Los resultados de estos análisis fueron contrastados con los correspondientes a pruebas triaxiales para su validación. Las pruebas se realizaron a diferentes temperaturas: 25, 40 y 60°C, y velocidades de recorrido en la prensa: 0.5 y 0.05 mm/min.mm.

PRUEBAS REALIZADAS

Antecedentes

De acuerdo a la teoría de resistencia de Muer (Wong et al, 2004), a temperatura normal, la resistencia a la compresión (R_c) y a la tracción (R_t) poseen una relación con la cohesión y la fricción interna inherente según:

$$R_c = 2 c \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \emptyset \right) \quad (2)$$

$$R_t = 2 c \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} + \emptyset \right) \quad (3)$$

Ya que la prueba de tracción directa es difícil de realizar, puede emplearse la prueba de tracción indirecta para determinar R_t . Otros autores (Christensen et al, 2004), consideran que esta teoría es aplicable a mezclas asfálticas con temperaturas intermedias a altas.

Por otra parte, en años recientes también se analizó preliminarmente la posibilidad de llegar a determinar c y ϕ empleando una prueba simple de corte directo para calcular la resistencia a cortante (τ) y la resistencia a compresión simple R_c (Vila, 2009). En ambos casos se utilizaron muestras cilíndricas acordes con el procedimiento ASTM D 1074-96, es decir, con relación diámetro-altura igual a uno. En general, los valores de cohesión obtenidos fueron altos por las consideraciones teóricas asumidas y el efecto de dos planos de corte relativamente cercanos.

Por lo antes expresado, se decidió emplear en este estudio las pruebas de: tracción indirecta, compresión sin confinamiento y corte directo. Se incluyó además la prueba de estabilidad Marshall (S), por ser la de mayor divulgación a nivel internacional, y para valorar una posible inserción en los cálculos. Se planificó además la realización de pruebas triaxiales para la validación de los resultados y análisis a realizar. Ya que la relación diámetro-altura más aceptada para pruebas a compresión, confinadas o no, es igual a dos, se confeccionaron los moldes y un nuevo dispositivo de cortante para muestras cilíndricas de diámetro 75 mm y altura 150 mm. Estas muestras se emplearon en las pruebas de compresión simple, triaxial y corte directo.

Tipos de pruebas

Prueba Marshall. Consiste en la rotura de briquetas cilíndricas mediante una mordaza perimetral con una velocidad de deformación constante de 0.5 mm/min.mm, es decir, 50 mm/min para una biqueta de 100 mm de diámetro, según el procedimiento ASTM D 6927-06.

Prueba de tracción indirecta. En esta se somete a compresión diametral una biqueta cilíndrica tipo Marshall, aplicando una carga de manera uniforme a lo largo de dos líneas o generatrices opuestas hasta alcanzar la rotura, de acuerdo al procedimiento ASTM D 6931-12.

Prueba de corte directo. Se ejecutó con un dispositivo compuesto por dos soportes laterales de acero barrenados de forma tal que permitan alojar una muestra cilíndrica. Cada soporte posee un espesor correspondiente a la tercera parte de la altura del cilindro. Por el tercio central se desplaza, bajo la acción de la prensa, una mordaza para la transmisión de la carga, cuya superficie de contacto con el cilindro a ensayar es uniforme y abarca la mitad de su perímetro (Vila, 2009). La resistencia a cortante “ τ ” (kPa) se determina según:

$$\tau = \frac{P}{2A} \quad (4)$$

Siendo:

P: carga máxima de rotura a cortante, kN

A: área de la sección circular de la muestra, m².

Prueba de resistencia a compresión simple (sin confinamiento). Se realizaron considerando los criterios de la normativa ASTM D 1074-96, pero sobre las muestras cilíndricas con las dimensiones indicadas.

Prueba de resistencia a compresión triaxial. Estas fueron realizadas empleando una cámara triaxial para pruebas estándar de suelos. Se aplicaron diferentes presiones de confinamiento, entre cero (compresión simple) y 274 kPa. Para la determinación de c y ϕ se aplicó el criterio de Mohr-Coulomb, que es un procedimiento gráfico.

Características de la mezcla asfáltica empleada

Para este estudio se utilizó una mezcla asfáltica de granulometría densa con tamaño máximo nominal de 12.5 mm. Ver Figura 1. La mezcla está compuesta por un 80% de cantos rodados triturados y 20 % de arena de río con 5.9 % en peso de asfalto de penetración 60-70. La gravedad específica máxima (Rice) fue de 2.556. Las briquetas y cilindros confeccionados, para que su comportamiento se aproximara a las condiciones reales de la vía, se prepararon con 7% de huecos en la mezcla $\pm 0.5\%$, es decir, aproximadamente un 97% de densidad relativa.

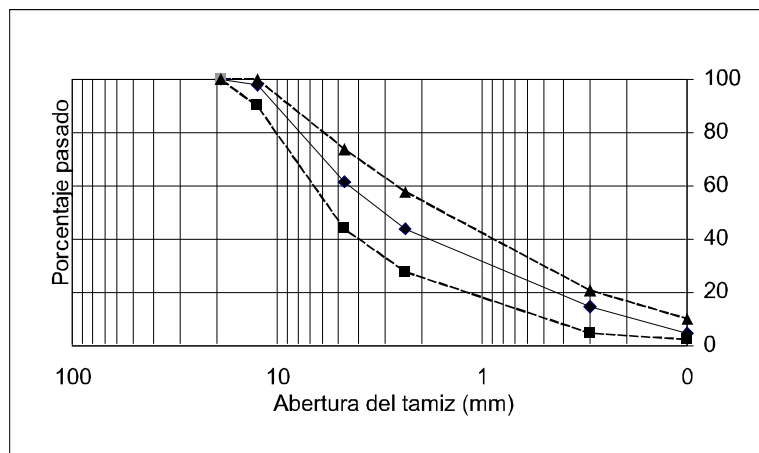


Figura 1: Granulometría empleada

Resultados

Los resultados de todas las pruebas realizadas se muestran en la Tabla 1. Los resultados mostrados corresponden al promedio de 3 muestras y al coeficiente de variación correspondiente.

Tabla 1: Resultados de las pruebas simples

T (°C)	t (mm/min.mm)	S (kN)	Rt (kPa)	τ (kPa)	Rc (kPa)
25	0,05	16,32 / 0,08	353 / 0,04	671 / 0,02	2509 / 0,02
25	0,50	25,96 / 0,05	607 / 0,19		
40	0,05	9,09 / 0,05	147 / 0,03	467 / 0,03	911 / 0,04
40	0,50	13,83 / 0,07			
60	0,05	4,60 / 0,14	49 / 0,15	177 / 0,10	314 / 0,18
60	0,50	6,45 / 0,01	88 / 0,05		483 / 0,08

Los resultados obtenidos en las pruebas triaxiales, con velocidad de recorrido de 0.05 mm/min.mm, pueden apreciarse en la Tabla 2.

Tabla 2: Resultados de las pruebas triaxiales

Temperatura °C	Pres. cámara (σ_3) kPa	Carga de rotura kN	Esf. Desv. ($\sigma_1 - \sigma_3$) kPa	Esf. Princ. (σ_1) kPa
25	0	11,44	2509	2509
	137	12,29	2695	2832
	274	13,43	2940	3214
40	0	4,17	911	911
	137	5,17	1137	1274
	274	6,22	1362	1636
60	0	1,42	314	314
	137	2,54	557	694
	206	3,08	676	882

Con la información de dicha tabla se confeccionaron los círculos de Mohr correspondientes a las distintas temperaturas empleadas. Los resultados obtenidos en el procesamiento realizado se resumen en la Tabla 3. Puede observarse que ϕ presenta una variación mínima con la temperatura, pero que la cohesión se reduce significativamente con el incremento de dicha temperatura, tal como plantean algunos investigadores (Goetz, 1989).

Tabla 3: Valores de c y ϕ obtenidos en las pruebas triaxiales

T (°C)	COHESIÓN (kPa)	ANG. DE FRICCIÓN (°)
25	782	26
40	280	27
60	95	28

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Primera observación

Considerando la relación existente entre la resistencia a compresión simple (R_c) y la resistencia a la tracción (R_t), respecto a la cohesión y la fricción interna inherente a la mezcla, establecida en la ecuaciones 2 y 3, pueden combinarse dichas ecuaciones para obtener:

$$C = \frac{(R_c R_t)^{0.5}}{2} \quad (5)$$

Luego con “c” puede despejarse ϕ en cualquiera de las expresiones precedentes.

Al realizar los cálculos considerando un tiempo de carga de 0.05 mm/min.mm, usual en pruebas triaxiales, se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 4.

Tabla 4: Valores de c y Ø obtenidos a partir de Rc y Rt

T (°C)	Rc (kPa)	Rt (kPa)	c (kPa)	Ø (°)	Triaxial (validación)	
					c (kPa)	Ø (°)
25	2509	353	470	24,5	782	26°
40	911	147	183	23,1	280	27°
60	314	49	62	23,5	95	28°

Como se observa, los valores de c y Ø no coinciden, ni se aproximan en el caso de la cohesión, a los valores obtenidos con las pruebas triaxiales. La diferencia pudiera estar en que la determinación de la resistencia a compresión está influenciada notablemente por la dimensión de los cilindros a ensayar, específicamente la relación altura/diámetro.

Segunda observación

Luego de analizar los resultados de las pruebas de resistencia a compresión simple y de corte directo, y tratar de vincularlos de alguna forma al procesamiento de los círculos de Mohr, no se encuentran relaciones matemáticas convincentes.

Es importante señalar que las dos pruebas involucradas en esta observación trabajan con muestras cilíndricas de diámetro 7.5 cm y altura 15 cm las cuales requieren moldes especiales y una prensa hidráulica para su compactación.

Tercera observación

Para buscar una alternativa de ensayo más sencillo y acorde con los equipos y prácticas usuales en los pequeños laboratorios asociados a las plantas para producir mezclas asfálticas, se investigó la posible relación entre la prueba de estabilidad Marshall y de tracción indirecta. La ventaja en este caso sería el empleo de briquetas asfálticas similares en dichas pruebas (tipo Marshall).

Un vínculo entre estas dos propiedades debe atender siempre a las diferencias de temperatura y de velocidad de deformación en ambas pruebas, algo que debe ser considerado técnicamente para converger en una misma temperatura y velocidad para análisis posteriores. Pruebas triaxiales para determinar c y Ø suelen realizarse a 40°C y con velocidad pequeña, usual 0.05 mm/min.mm. La prueba de tracción indirecta puede realizarse con validez en esas condiciones.

A partir de la Ecuación 3 puede despejarse c:

$$c = \frac{Rt \tan\left(\frac{\pi}{4} + \emptyset\right)}{2} \quad (6)$$

Pero de acuerdo a la Ecuación 2:

$Rc = 2 c \tan\left(\frac{\pi}{4} + \emptyset\right)$, al sustituir el valor de c según la Ecuación 6:

$$Rc = 2 \left((Rt \tan\left(\frac{\pi}{4} + \emptyset\right)) / 2 \right) \tan\left(\frac{\pi}{4} + \emptyset\right)$$

$$Rc = Rt \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \emptyset\right)$$

Es decir, con R_t y \emptyset puedo obtener un valor de R_c sin tener que confeccionar cilindros de mezcla. Nótese que esta sería una resistencia a compresión determinada a 40°C y velocidad de recorrido igual a $0,05 \text{ mm/min.mm}$. A esta resistencia le llamaremos $R_{c_{T40, v0.05}}$. Es decir:

$$R_{c_{T40, v0.05}} = R_{t_{T40, v0.05}} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \emptyset \right) \quad (7)$$

Es conocido que la prueba Marshall se realiza a 60°C y con velocidad de 0.5 mm/min.mm , la cual corresponde a 50 mm/min en briquetas de diámetro 100 mm . En un trabajo desarrollado por Metcalf (1959) se analiza el estado tensional de una biqueta ensayada por el método Marshall. Como resultado de integrar la tensión en coordenadas polares en el área transversal de la biqueta (ver Figura 3), se obtiene una fórmula para determinar la fuerza total de rotura en la prueba, es decir, la estabilidad Marshall (S). De esta forma:

$$S = 2 r t R_o \int_0^{70} (\cos^2 \alpha + \tan \emptyset \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha) d\alpha \quad (8)$$

$$S = r t R_o (1.54 + 0.88 \tan \emptyset) \quad (9)$$

Donde:

r : radio de la biqueta, cm

t : altura de la biqueta, cm

R_o : tensión de compresión normal en el centro de la biqueta, kg/cm^2

\emptyset : ángulo de fricción interna de la mezcla asfáltica en la biqueta, grados.

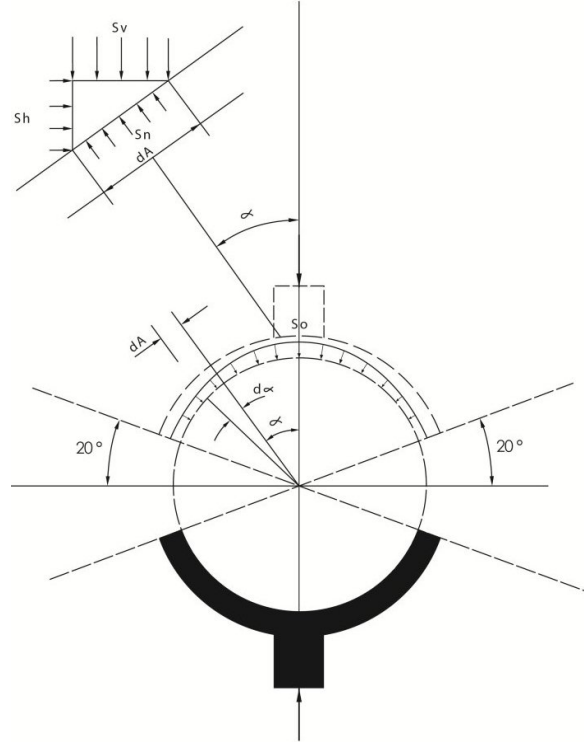


Figura 5. Análisis tensional del ensayo Marshall

Puede entonces establecerse una relación entre la resistencia a compresión de la mezcla y la estabilidad Marshall. Si se denomina el área de la sección central donde ocurren los esfuerzos de compresión como “Ao”, entonces:

$$Ao = 2rt \quad (10)$$

Sustituyendo (10) en (9):

$$S = \frac{Ro Ao (1.54 + 0.88 \tan \emptyset)}{2}$$

$$S = Ro Ao (0.77 + 0.44 \tan \emptyset) \quad (11)$$

Nótese que esta es una estabilidad Marshall convencional con briquetas a 60°C y prensa con velocidad de recorrido de 0.5 mm/min.mm, a la cual se llamará $S_{T60, v0.5}$. De aquí se puede despejar Ro, que de hecho correspondería a $Rc_{T60, v0.5}$. O sea:

$$Rc_{T60, v0.5} = \frac{S_{T60, v0.5}}{Ao (0.77 + 0.44 \tan \emptyset)} \quad (12)$$

Para convertir la $Rc_{T60, v0.5}$ a una $Rc_{T40, v0.05}$ se necesita considerar un factor de corrección por temperatura y velocidad aplicada ($FC_{T,v}$).

$$Rc_{T40, v0.05} = Rc_{T60, v0.5} FC_{T,v} \quad (13)$$

$$Rc_{T40, v0.05} = \frac{S_{T60, v0.5} FC_{T,v}}{Ao (0.77 + 0.44 \tan \emptyset)} \quad (14)$$

Ya que existe una relación directa entre la estabilidad y la resistencia de compresión, para una misma Ao y \emptyset , dicho factor de corrección experimentalmente puede calcularse según:

$$FC_{T,v} = FC_T FC_v = \left(\frac{S_{T40, v0.5}}{S_{T60, v0.5}} \right) \left(\frac{S_{T40, v0.05}}{S_{T40, v0.5}} \right)$$

$$FC_{T,v} = S_{T40, v0.05} / S_{T60, v0.5} \quad (15)$$

Para realizar este tipo de conversión, se está asumiendo que en el rango de variación de la temperatura entre 60 y 40°C, el valor de \emptyset se mantiene constante, algo próximo a la realidad.

Método para la estimación de c y \emptyset

A partir de la tercera observación se resume un procedimiento preliminar para determinar c y \emptyset de manera aproximada, conociendo la resistencia a la tracción indirecta $R_{T40, v0.05}$, la estabilidad Marshall $S_{T60, v0.5}$ y su área promedio correspondiente (Ao), así como la estabilidad $S_{T40, v0.05}$. Los pasos son:

1. Determinar el $FC_{T,v}$ mediante la Ecuación 15.
2. Empleando las ecuaciones 7 y 14 y mediante un proceso de tanteo (\emptyset), se debe determinar el valor de \emptyset de la mezcla, que será el que logre igualar las $Rc_{T40, v0.05}$ en las ecuaciones respectivas. Este proceso es fácil de realizar con el empleo de una hoja Excel.

- Determinar el valor de la cohesión empleado la Ecuación 6.

Los resultados obtenidos con este procedimiento a la temperatura de 40°C se presentan a continuación. Ver tabla 5.

Tabla 5: Aplicación del procedimiento propuesto (mezcla con 7% de huecos)

Procedimiento propuesto							Triaxial (validación)	
$S_{T60, V0.5}$ (kN)	$S_{T40, V0.05}$ (kN)	$R_{tT40, V0.05}$ (kPa)	A_o (cm ²)	R_c (kPa) Ec. 10 y 17	c (kPa)	\emptyset (°)	c (kPa)	\emptyset (°)
6,45	9,09	147	65,02	1405	227	27,1	280	27,0

Puede observarse que el valor calculado de \emptyset está muy próximo al real. Si bien el valor calculado de c presenta mayor desviación respecto al valor del triaxial, 18%, vale señalar que en la prueba Marshall los coeficientes de variación pueden estar en el orden del 15 al 20% y en la prueba de tracción indirecta del 10%. Esto permite suponer que a nivel preliminar el procedimiento desarrollado es válido.

Otra aplicación del método se realizó sobre la misma mezcla asfáltica pero empleando el 100% de la energía de compactación, lo que nos permitió alcanzar un porcentaje de huecos de 4% $\pm 0.3\%$ tanto en las briquetas como en los cilindros. Se realizaron las pruebas triaxiales correspondientes para determinar c y \emptyset . Ver Tabla 6.

Tabla 6: Nueva aplicación del procedimiento (mezcla con 4% de huecos)

Procedimiento propuesto							Triaxial (validación)	
$S_{T60, V0.5}$ (kN)	$S_{T40, V0.05}$ (kN)	$R_{tT40, V0.05}$ (kPa)	A_o (cm ²)	R_c (kPa) Ec. 10 y 17	c (kPa)	\emptyset (°)	c (kPa)	\emptyset (°)
11,94	14,32	165	66,68	2110	295	29,4	314	31,0

En este caso, las desviaciones obtenidas para c y \emptyset fueron de 6% y 5% respectivamente, valores admisibles.

CONCLUSIONES

- Los resultados muestran que considerando la relación existente entre la resistencia a compresión simple (R_c) y la resistencia a la tracción indirecta (R_t), los valores de “ c ” y “ \emptyset ” obtenidos no se ajustan a los determinados con las pruebas triaxiales. Por otra parte, luego de analizar los resultados de las pruebas de compresión simple (R_c) y de corte directo (T), y tratar de vincularlos de alguna forma al procesamiento de los círculos de Mohr, no se encuentran relaciones matemáticas convincentes.
- Se ha desarrollado un procedimiento para la determinación de c y \emptyset en mezclas asfálticas conociendo la resistencia a la tracción indirecta “ R_t ” a 40°C y 0.05 mm/min.mm, la

estabilidad Marshall “S” a 60°C y 0.5 mm/min.mm y su área promedio correspondiente, Ao, así como la estabilidad “S” a 40°C y 0.05 mm/min.mm.

La ventaja de este procedimiento es el poder determinar dos parámetros intrínsecos de las mezclas asfálticas empleando básicamente las mismas técnicas e instrumental (moldes, compactadores y cabezales de rotura) del método Marshall, que es el mayormente empleado a nivel internacional. Adicionalmente, se requiere un cabezal de rotura tipo Lottman y una prensa con velocidad de deformación variable.

3. El procedimiento propuesto, aún en fase preliminar, deberá ejecutarse sobre muestras más amplias de mezclas asfálticas y validarse con los resultados de pruebas triaxiales, para analizar su precisión y seguridad de empleo.
4. La determinación de c y \emptyset a partir de pruebas simples como las aquí empleadas, permitiría involucrar de manera rutinaria estos parámetros en el diseño y control de calidad de las mezclas, delimitándose de manera fácil el aporte estructural del esqueleto pétreo que generan los agregados minerales (\emptyset), del aporte del cemento asfáltico (c).

REFERENCIAS

- Christensen, D.W. et al. (2004). Indirect Tension Strength as a Simple Performance Test. *Transportation Research Board*, Circular E-C068, p. 44-57.
- Goetz, W.H. (1989). The Evolution of Asphalt Concrete Mix Design. ASTM. STP 1041. *Asphalt Concrete Mix Design*.
- Huang, E. (1970). A Study of Strength Characteristics of Asphalt-Aggregate Mixtures as Affected by the Geometric Characteristics and Gradation of Aggregates. *Proceeding of the Association of Asphalt Paving Technologists*, Vol. 39, pp. 98-133.
- Huschek, S. (1985). The Deformation Behavior of Asphaltic Concrete Under Triaxial Compression. *Proceeding of the Association of Asphalt Paving Technologists*, Vol. 54, pp. 407-426.
- Metcalf G. T. (1959). Use of Marshall Stability Test in Asphalt Paving Design . *Highway Research Board*. No. 234. Washington, pp. 12-22.
- Pellinen, T., Song, J., Xiao, S. (2004). Characterization of Hot Mix Asphalt with Varying Air Voids Content Using Triaxial Shear Strength Test. *Proceedings. 8th Conference on Asphalt Pavements for Southern Africa*, Sun City.
- Vila, R. (2009). Prueba Simple de Corte Directo para Evaluar Mezclas Asfálticas. *XV CILA*. Volumen 1. Lisboa, pp. 459-468.
- Wong, W.C., Yang, Q., Wang, K. (2004). Performance-Based Mixture Design of Asphalt Treated Base. *Journal of the Institution of Engineers*. Vol. 44, Issue 2, Singapore, pp. 45-54.